Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($2 \cdot 3^3$) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (6) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (D: $4x^3 + 2x^2$) +1 E_B

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (3) +1 E_B

5. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar ($f'(x) = 12x^3 + 6$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($f'(x) = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}$) +1 C_P

c) Korrekt svar $\left(f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-2} + \frac{3}{2} \right)$ +1 C_P

Kommentar: Svar utan ” $f'(x)$ ” anses vara korrekt.

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (C: Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.) +1 C_B

7. **Max 0/3/0**

a) Korrekt svar ($x = 4$) +1 C_B

b) Korrekt intervall, t.ex. ”x är större än eller lika med 2 och x är mindre än eller lika med 4” +1 C_B

där det korrekta intervallet kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C, dvs. med korrekt använda olikhetstecken ($-2 \le x \le 4$) +1 C_K

Kommentar: Vissa läromedel inkluderar inte derivatans nollställen i intervallet. Vid bedömning bör detta beaktas.

8. **Max 0/1/1**

Anger en korrekt funktion, t.ex. $y = e^x$ +1 C_B

med korrekt införd konstant ($y = ae^x$) +1 A_B

9. **Max 1/0/1**

a) Korrekt svar (8) +1 E_B

b) Korrekt svar (2) +1 A_{PL}

10. **Max 0/0/2**

a) Godtagbart svar ($x_1 \approx -2,3;\ x_2 \approx 1$ och $x_3 \approx 2,8$) +1 A_{PL}

b) Godtagbart svar ($k > 10$) +1 A_B

Del C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $2x^3$ — +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) — +1 E_P

12. **Max 3/0/0**

Korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 0,\ x_2 = 2$ — +1 E_P

med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, $(0,\ 0)$ och $(2, -4)$ — +1 E_P

Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär (maximipunkt $(0, 0)$ och minimipunkt $(2, -4)$) — +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 2/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $10x + 3 = 18$ — +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 1{,}5$) — +1 E_{PL}

b) Korrekt bestämning av tangentens ekvation, $y = 20x - 36$ — +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($(1{,}8;\ 0)$) — +1 C_{PL}

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f'(6)$, termer såsom koordinater, tangent och x- axel samt hänvisning till tangentens ekvation etc. — +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{x+2}{2}\right)$ — +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om uttrycket till $\dfrac{x^2 + 8x + 16}{2(x-4)(x+4)}$ — +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{x+4}{2(x-4)}\right)$ — +1 C_P

15. **Max 0/0/1**

Godtagbar lösning, där insikt visas om att problemet löses genom direkt avläsning i graf, med korrekt svar (-1) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/2/2**

Korrekt tecknad ändringskvot, $\dfrac{\dfrac{A}{(x+h)}-\dfrac{A}{x}}{h}$ +1 C_B

med korrekt förenkling av ändringskvoten, t.ex. $\dfrac{-Ah}{hx(x+h)}$ +1 C_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x)=\dfrac{-A}{x^2}$ +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f(x+h)$, korrekt användning av symbolen $\lim\limits_{h\to 0}$, bråkstreck och hänvisning till derivatans definition etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till derivatorna i ett och samma koordinatsystem +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=0{,}75$) +1 E_{PL}

18. **Max 1/1/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ($K'(30)\approx 1700$) +1 E_B

b) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då $t=20$ år”) +1 C_B

Källa: Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder formeln för geometrisk summa +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (17166 kr) +1 E_M

20. **Max 2/4/0**

a) Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. undersöker hur många arbetstimmar som krävs för att montera 40 pallar och 10 byråer +1 E_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (Nej) +1 E_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer det system av olikheter som motsvarar kraven

$$\begin{cases} 0{,}25x + 0{,}50y \leq 15 \\ 0{,}40x + y \leq 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

+1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, bestämmer vinstfunktionens värde för någon av de aktuella punkterna +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9100 kr) +1 C_{PL}

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, parenteser, tydlig figur, olikhetstecken och termer såsom rät linje, koordinatsystem, olikheter, skärningspunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 1/2/1**

a) Godtagbart svar som visar insikt om att villkoret $F'(x) = f(x)$ inte är uppfyllt, (t.ex. ”Nej, för om man deriverar *F* får man inte *f*.”) +1 E_R

b)

E	C		A
	Troliggör för minst två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ *eller* visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$.	Troliggör för mer än två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ *och* visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$.	Visar att påståendet stämmer för *alla* $a < 0$ *och* visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$.
	1 C_R	2 C_R	2 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Forts. uppgift 21

Kommentar (införd 2013-02-08): Bedömningsanvisningen ovan utgår från att eleven utreder fallen $a = 0$ och $a < 0$ separat och sedan drar separata slutsatser om dessa. Om någon sammanfattning av slutsatserna görs så är den av typen ”Det stämmer ibland” eller ”Det stämmer inte alltid.”

Om eleven istället visar att påståendet ”Grafen till $f(x) = x^3 + ax$ har tre olika nollställen om konstanten $a \leq 0$” är falskt genom att t.ex. peka på att fallet $a = 0$ strider mot påståendet, så ges två resonemangspoäng på C- och en resonemangspoäng på A-nivå.

22. **Max 1/2/1**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar ($95°$) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (3,8 %) +1 C_M

c)

E	C	A
	Utvärderar Karolinas modell med ett enkelt omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur. 1 C_M	Utvärderar Karolinas modell med ett nyanserat omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur *och* hur denna brist påverkar modellens egenskaper. 1 C_M och 1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/3**

Korrekt tecknad funktion för produkten i två variabler, t.ex. $D = xy(y - x)$ +1 A_B

där en variabel eliminerats korrekt, t.ex. $D = x(8 - x)(8 - 2x)$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar ($6{,}31$ och $1{,}69$) +1 A_{PL}

Kommentar: Observera att om eleven härlett funktionen $D = 2x^3 - 24x^2 + 64x$ erhålls maximum då $x \approx 1{,}7$ och om eleven härlett funktionen $D = -2x^3 + 24x^2 - 64x$ erhålls maximum då $x \approx 6{,}3$

Källa: Tichomirov, V.M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. Providence, R.I.: American Mathematical Society. Sid.37

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. förklarar att derivatan är en funktion av andra graden som har en extrempunkt då $x = 4$ +1 A_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (På grund av symmetri hos andragradsfunktionen måste $f'(6) = f'(2) = -1$) +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f'(6) = -1$ och termer såsom symmetri, andragradsfunktion, tredjegradsfunktion, graf, derivata och en tydlig figur med införda beteckningar etc. +1 A_K

Kommentar: Även en algebraisk ansats som utgår från de givna villkoren och en generell tredjegradsfunktion (t.ex. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$) och som leder till sambanden $24a + 2b = 0$ och $12a + 4b + c = -1$ ges den första poängen.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/1/3**

E	C	A	
	Anger någon relevant egenskap hos minst en av modellerna (summan eller integralen) som förklaring till skillnaden, t.ex. antyder att skillnaden har att göra med att mormor bara sätter in pengar ibland *eller* att hon inte sätter in pengar hela tiden.	Kopplar skillnaden till att de två modellerna (summan och integralen) baseras på en diskret respektive en kontinuerlig funktion, men ger ingen godtagbar förklaring till varför summan är större än integralen *eller* diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar.	Diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar *och* förklarar varför summan blir större än integralen genom att t.ex. hänvisa till en figur som visar hela tidsperioden där det framgår att arean under kurvan (integralen) är mindre än den sammanlagda arean av de sex staplarna (summan).
	1 C_R	1 C_R och 1 A_R	1 C_R och 2 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara integralbeteckningar, likhetstecken och termer såsom funktionsvärde, diskret och kontinuerlig funktion, area, summa och en tydlig figur över hela tidsperioden etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 E_P)

$f(x) = x^3 - 3x^2 \qquad f'(x) = 3x^2 - 6x$

$\frac{3x^2 - 6x}{3} = \frac{0}{3}$

$x^2 - 2x = 0$

$x = +\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2} = 1 \pm 1$

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$

$f''(x) = 6x - 6$

$f''(0) = 0 - 6 = -6$, dvs $x = 0$ Maxpunkt

$f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6$, dvs $x = 2$ Minpunkt

Kommentar: Elevlösningen innehåller ingen beräkning av *y*-koordinaterna. Däremot verifieras extrempunkternas karaktär. Sammantaget ges lösningen den första och den tredje procedurpoängen på E-nivå.

Uppgift 13b

Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$g(x) = x^2 + 8x$

$g'(x) = 2x + 8$

$g'(6) = 2 \cdot 6 + 8 = 20$

$y = kx + m$

$84 = 20 \cdot 6 + m$

$m = -36$

$g(6) = 6^2 + 8 \cdot 6 = 36 + 48 = 84$

$y = 20x - 36$

$20x = 36$

$x = 36/20 = 9/5$

SVAR: $\left(\frac{9}{5}, 0\right)$

Kommentar: Elevlösningen är någorlunda strukturerad med korrekt hantering av symbolerna $g(x)$, $g'(x)$ och $g(6)$. Det framgår dock inte med tydlighet att $k = g'(6)$ och att ekvationen $y = 0$ löses för att beräkna skärningen med *x*-axeln. Elevlösningens kvalitet motsvarar därmed nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

$F(5)-F(-2) = -2-(-1) = -1$ SVAR: -1

Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att problemet löses genom avläsning i graf, även om det inte framgår varför avläsning i grafen skett. Elevlösningen motsvarar en problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (1 C_B, 1 C_P, 1 A_B och 1 A_K)

derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{A}{x+h} - \frac{A}{x}}{h} = \frac{\frac{Ax - A(x+h)}{x(x+h)}}{h}$$

$$= \frac{Ax - Ax - Ah}{hx(x+h)} = \lim_{h \to 0} \frac{-Ah}{hx^2+h^2x}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-A}{x^2+hx} = -\frac{A}{x^2}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps- och en procedurpoäng på C-nivå samt en begreppspoäng på A-nivå. Under förenklingen av ändringskvoten tappas ”lim” bort på första och andra raden, men vid själva gränsvärdesbestämningen på sista raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen uppfyller därmed nätt och jämnt kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18b

Elevlösning 1 (1 C_B)

Kanadagässen ökade med en hastighet av 800 gäss/år efter 20 år.

Kommentar: Tolkningen att det är en hastighet i antal kanadagäss/år som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen ”efter 20 år” är otydlig eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då $t > 20$. Lösningen motsvarar därmed nätt och jämnt en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (3 C_{PL} och 1 C_K)

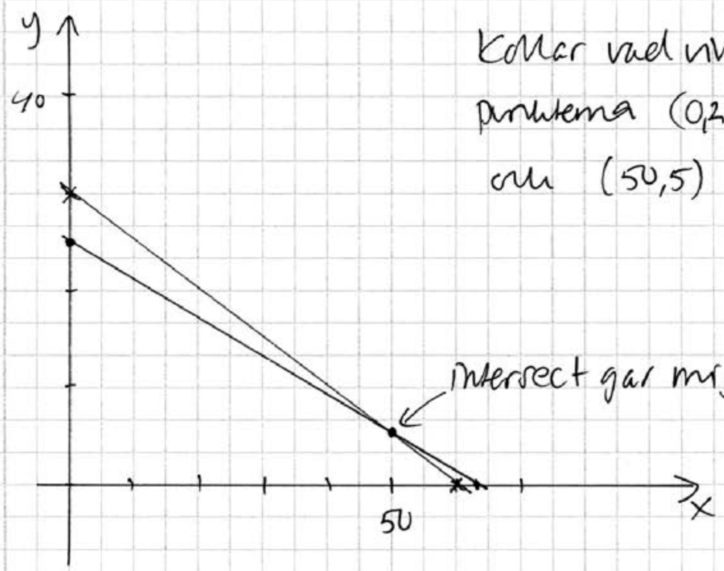
b) x = pallar   y = byråer

$$\left.\begin{aligned} 0{,}25x + 0{,}50y &= 15 \\ 0{,}40x + 1{,}00y &= 25 \\ x &> 0 \\ y &> 0 \end{aligned}\right\} \text{ekvationer}$$

$y = 30 - 0.5x$

$y = 25 - 0{,}40x$

Kollar vad vinsten blir i punkterna (0,25) och (60,0) och (50,5)



x	y	vinst
0	25	$0 \cdot 150 + 25 \cdot 320 =$ 8000 kr
60	0	$60 \cdot 150 + 0 \cdot 320 =$ 9000 kr
50	5	$50 \cdot 150 + 5 \cdot 320 =$ 9100 kr Maxvinsten

Kommentar: Elevlösningen visar hur grafräknare används på ett godtagbart sätt för att lösa uppgiften, vilket motsvarar tre problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller den skriftliga kommunikativa förmågan används inte olikhetstecken i de inledande sambanden och olikheterna kallas för ekvationer. Dessutom framgår inte med tydlighet i figuren vilket område som anses vara aktuellt. Redovisningen av vinstberäkningarna och hur grafräknaren använts för att bestämma skärningspunkten är någorlunda tydlig. Elevlösningen bedöms nätt och jämnt motsvara en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 C_R)

$f(x) = x^3 + ax \quad a \leq 0$

Testar $a = -5$

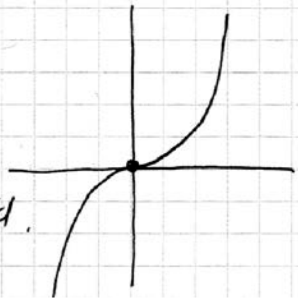
$f(x) = x^3 - 5x$ på graffönstret ser ut så här

Den har tre nollställen

Testar $a = 0$

$f(x) = x^3$ har ett nollställe

SVAR: Det stämmer inte alltid.



Kommentar: I elevlösningen undersöks antalet nollställen då $a = -5$ och då $a = 0$ med grafräknare. Om elevlösningen innehållit en undersökning av ytterligare ett specialfall, t.ex. $a = -10$, skulle lösningens kvalitet ha motsvarat två resonemangspoäng på C-nivå. Lösningen ges nu en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^3 + ax$

Nollställen om $f(x) = 0$

$a \leq 0$

$\boxed{a = 0}$

$x^3 = 0$

$x = 0$

Ett nollställe

$\boxed{a < 0}$

$x^3 + ax = 0$

$x(x^2 + a) = 0$

$x_1 = 0 \quad || \quad x^2 + a = 0$

$x^2 = -a$

$x = \pm\sqrt{-a}$

↑ ett nollställe

Blir 2 nollställen om $a<0$

Om $a=0$ fås ett och om $a<0$ fås tre nollställen. Det är sant om $a<0$.

Kommentar: Elevlösningen uppvisar en korrekt, generell undersökning. Lösningen ges samtliga resonemangspoäng.

Uppgift 22c

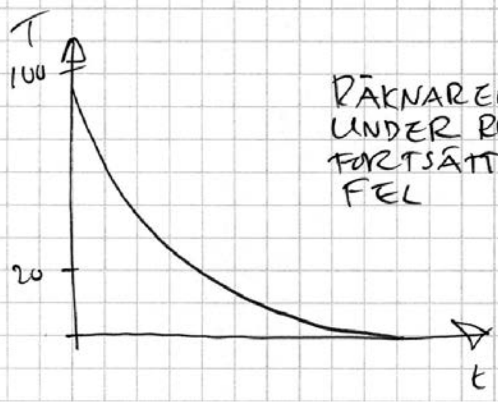
Elevlösning 1 (1 C_M)

c) $T(t) = 95e^{-0,039t}$

Det märks inte i modellen att det är 20° i rummet

Kommentar: I elevlösningen framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen, men inte på vilket sätt detta påverkar modellens egenskaper. Elevlösningen ges därmed en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M och 1 A_M)



RÄKNAREN VISAR ATT GRAFEN GÅR UNDER RUMSTEMPERATUREN OCH FORTSÄTTER ATT MINSKA. DET ÄR FEL

Elevlösning 3 (1 C_M och 1 A_M)

Modellen bli fel för grafen går under 20°-nivån och närmar sig noll. Kaffet kan ju aldrig bli kallare än rummet.

Elevlösning 4 (1 C_M och 1 A_M)

$$T(60) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 60} \approx 9,15$$

$$T(120) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 120} \approx 0,88$$

$$T(200) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 200} \approx 0,04$$

Temperaturen borde närma sig 20°C vilket den inte gör

Kommentar: I elevlösning 2, 3 och 4 framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen och även på vilket sätt detta påverkar modellen (”grafen går under rumstemperaturen och fortsätter att minska”, ”grafen går under 20°-nivån och närmar sig noll” respektive ”Temperaturen borde närma sig 20° vilket den inte gör”). Elevlösningarna ges två modelleringspoäng, en på C-nivå och en på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_B och 2 A_{PL})

$x + y = 8 \qquad y = 8 - x$

Talens differens $x-(8-x)$

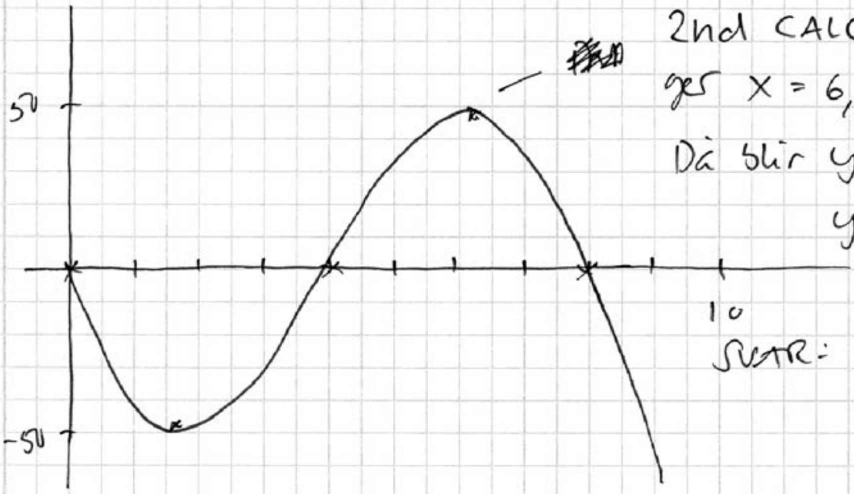
Talens produkt $x(8-x)$

Deras gemensamma produkt $(2x-8)(8x-x^2)$

$y = -2x^3 + 16x^2 - 64x + 8x^2$

$y = -2x^3 + 24x^2 - 64x$

Ritar på grafräknaren



2nd CALC maximum

ger $x = 6{,}30940$

Då blir $y = 8 - 6{,}30940$

$y = 1{,}6906$

SVAR: 6,30 och 1,69

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av ett uttryck för produkten. Lösningen visar även hur grafräknaren används på ett godtagbart sätt för bestämning och verifiering av maximum. Sammantaget motsvarar lösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$0 < x < 8$ $\quad$ $x + y = 8$

$0 < y < 8$

$x = 5$ $\quad y = 3$ $\quad 5 \cdot 3 (5-3) = 30$

$x = 7$ $\quad y = 1$ $\quad 7 \cdot 1 (7-1) = 42$

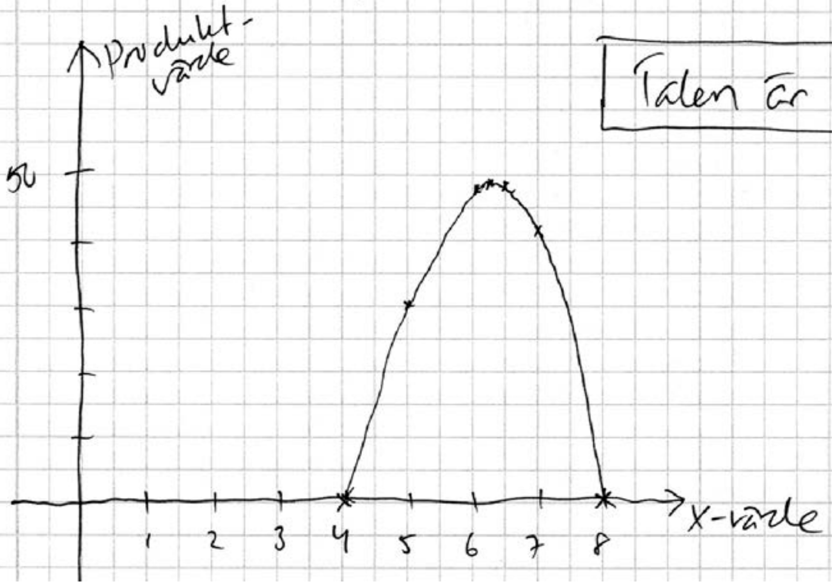
$x = 6.5$ $\quad y = 1.5$ $\quad 6.5 \cdot 1.5 (6.5 - 1.5) = 48.75$

$x = 6,4$ $\quad y = 1,6$ $\quad 6,4 \cdot 1,6 (6,4 - 1,6) = 49,152$

$x = 6,3$ $\quad y = 1,7$ $\quad 6,3 \cdot 1,7 (6,3 - 1,7) = 49,266$

$x = 6,2$ $\quad y = 1,8$ $\quad 6,2 \cdot 1,8 (6,2 - 1,8) = 49,104$

$\boxed{\text{Talen är } 6,3 \text{ och } 1,7}$

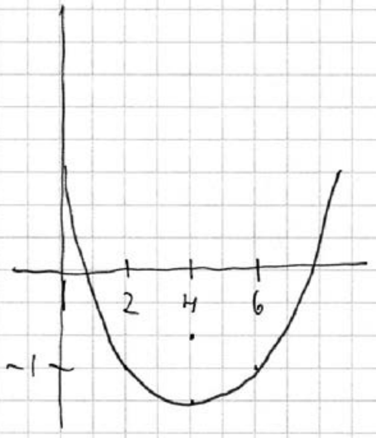


Kommentar: Elevlösningen visar hur ett korrekt resultat uppnås med hjälp av prövning. Prövningen styrker inte att maximum verkligen hittats och är ineffektiv i detta sammanhang. En uppgift av detta slag ska, på A-nivå, kunna lösas med mer effektiva metoder som bygger på användning av symbolisk algebra (i detta fall ett funktionsuttryck). Sammantaget ges lösningen inga problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_R)

f'(x) måste vara en andragradare och
f''(x) måste vara en rät linje



$f'(6) = f'(2)$
eftersom symetrilingen
går i $x = 4$
$f'(6)$ är alltså lika med
−1

SVAR: $f'(6) = -1$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang som leder till ett korrekt svar. Att $f''(4) = 0$ betyder att derivatafunktionen har en extrempunkt då $x = 4$ förklaras inte och inte heller kopplingen mellan extrempunkten och symmetrilinjen. Att andraderivatan är en rät linje är inte relevant. På grund av dessa otydligheter uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)

f'' är 0 i punkten $x = 4$. Detta är ett
maximum eller minimum till andragrads
funktionen f'. Andragradsfunktioner är
symmetriska med symmetrilinje där
extrempunkten finns. Därför är
$f'(2)$ lika med $f'(6)$, dvs −1.

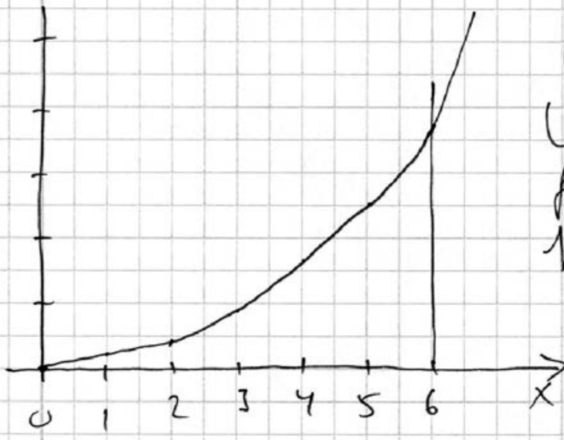
Kommentar: I elevlösningen förklaras både vad $f''(4) = 0$ betyder och att extrempunkten ligger på symmetrilinjen. Redovisningen skulle ha varit ännu enklare att följa och förstå om den innehållit en skiss med derivatafunktionen, symmetrilinjen och punkterna $(2, -1)$ och $(6, -1)$ markerade. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, men nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\int_0^6 100x^2\,dx = \left[\frac{100x^3}{3}\right]_0^6 = \frac{100\cdot 6^3}{3} - 0 = 7200$$

Mormor lägger $100\cdot 0^2 + 100\cdot 1^2 + 100\cdot 2^2 + 100\cdot 3^2 + 100\cdot 4^2 + 100\cdot 6^2 + 100\cdot 5^2 = 9100$



Integralen ger ett för litet värde eftersom funktionen inte visar hur mycket Mario har i burken. Den visar bara ålder hur mycket hans mormor lägger till. Och om funktionen inte visar det vi vill ha, så är det inte troligt att integralen gör det heller.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekta beräkningar men ingen relevant egenskap som kan kopplas till skillnaden anges. Sammantaget ger denna lösning 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 C_R)

Eftersom man bara får in pengar en gång per år stämmer det inte.

Kommentar: Elevlösningen antyder att skillnaden kan ha att göra med att mormors summa är en diskret funktion, vilket nätt och jämnt motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

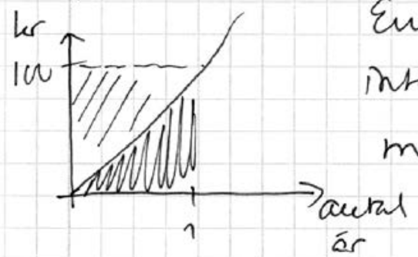
Om man använder integralen för att bestämma hur mycket pengar som finns i burken efter 6 år får man fel värde eftersom $y=100x^2$ är en kontinuerlig funktion dvs man förutsätter att mormor sätter in pengar hela tiden medans hon i själva verket bara sätter in pengar en gång om året

Kommentar: I elevlösningen kopplas skillnaden till att det rör sig om en kontinuerlig och en diskret funktion. Dock ges ingen förklaring till varför summan är större än integralen. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 C_R och 1 A_R)

Integralen är detsamma som arean under grafen
då man inte har någon area under x-axeln som i
det här fallet. Då Mario är ett år skulle det ha
funnits $\int_0^1 100x^2\,dx = \left[\frac{100x^3}{3}\right]_0^1 = 33$ kr

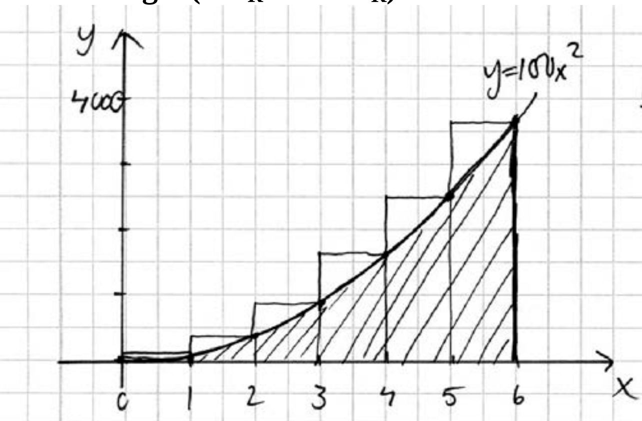
Men på Marios födelsedag lägger hans mormor
i 100 kr.



Enligt diagrammet syns det att
integralen bara blir 33 kr efter ett år,
men att där finns 100 kr i burken.
Eftersom även arean ovanför upp
till 100-strecket visar faktiskt antal pengar i burken.
På samma sätt måste man hela tiden lägga till en viss
area som finns ovanför grafen för att få fram hur
mycket som finns i burken vilket gör att integralen
får ett för litet värde.

Kommentar: Elevlösningen visar medvetenhet om att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Resonemanget om integral- och stapelarea rör bara det första året och det är därför oklart varför integralen verkligen är mindre än summan över hela tidsperioden. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 C_R och 2 A_R)



▨ Det integralen beräknar

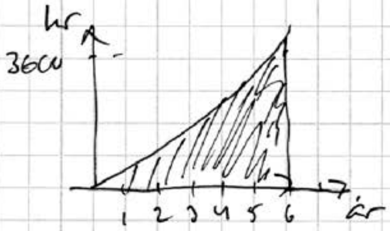
□ + ▨ Det Mario egentligen får.

Alltså blir integralen mindre

Kommentar: Lösningen innehåller en tydlig figur med 6 staplar som visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Det framgår av lösningen att integralen har mindre värde än stapelsumman. Lösningen saknar dock förklaringar och är därmed, trots den tydliga figuren, kommunikationsmässigt knapphändig. Kommunikationspoäng på A-nivå erhålls därmed inte.

Elevlösning 6 (1 C_R, 2 A_R och 1 A_K)

$\int_0^6 100x^2\,dx$ är arean under grafen för funktionen $100x^2$



$$\int_0^6 100x^2\,dx = \left[\frac{100}{3}x^3\right]_0^6 = \frac{100}{3}\cdot 6^3 - \frac{100}{3}\cdot 0^3 =$$

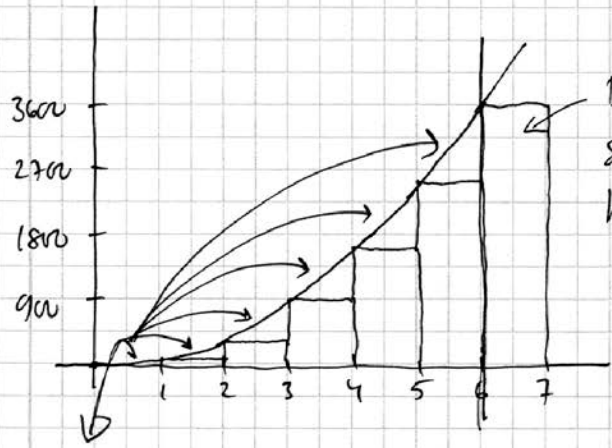
7200 kr

Det kommer egentligen satt in är

$100\cdot 0^2 + 100\cdot 1^2 + 100\cdot 2^2 + 100\cdot 3^2 + 100\cdot 4^2 + 100\cdot 5^2 + 100\cdot 6^2 =$

$= 9100$ kr

Detta har illustrerats



Dessa pengar får han på sin 6 års dag och därför har han dem också

Och det är därför $\int_0^6 100x^2\,dx$ inte stämmer för den räknar bara fram till 6 år

Man ser att sista stapeln har större area än de små "trianglarna" under kurvan

Kommentar: Elevlösningen är lätt att följa och förstå och visar med en tillräckligt tydlig figur att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av sex staplar. Det framgår av figuren och förklaringarna att integralen har mindre värde än stapelsumman. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.