

Bedömningsanvisningar



Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

- 1.** **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (5) +1 E_B
- 2.** **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (6) +1 E_B
- 3.** **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (D: $4x^3 + 2x^2$) +1 E_B
- 4.** **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (30° och 150°) +1 E_B
Kommentar: Även svaret ”30 och 150” utan gradbeteckningar anses vara korrekt.
- 5.** **Max 1/2/0**
- a) Korrekt svar ($f'(x) = 12x^3 + 6$) +1 E_P
- b) Korrekt svar ($f'(x) = e^x + e$) +1 C_P
- c) Korrekt svar $\left(f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-2} + \frac{3}{2} \right)$ +1 C_P
Kommentar: Svar utan ” $f'(x)$ ” anses vara korrekt.
- 6.** **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (C: Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.) +1 C_B

- 7.** **Max 0/3/0**
- a) Korrekt svar ($x = 4$) +1 C_B
- b) Korrekt intervall, t.ex. ” x är större än eller lika med 2 och x är mindre än eller lika med 4” +1 C_B
- där det korrekta intervallet kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C, dvs. med korrekt använda olikhetstecken ($-2 \leq x \leq 4$) +1 C_K
- Kommentar:* Vissa läromedel inkluderar inte derivatans nollställen i intervallet. Vid bedömning bör detta beaktas.
-
- 8.** **Max 0/1/1**
- Anger en korrekt funktion, t.ex. $y = e^x$ +1 C_B
- med korrekt införd konstant ($y = ae^x$) +1 A_B
-
- 9.** **Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar (8) +1 E_B
- b) Korrekt svar (2) +1 A_{PL}
-
- 10.** **Max 0/0/2**
- Anger ett korrekt fall, t.ex. $-0,6$ +1 A_B
- med ytterligare ett korrekt fall angivet ($\pm 0,6$) +1 A_{PL}

Del C

- 11.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $2x^3$ +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14) +1 E_P
- 12.** **Max 3/0/0**
- Korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ +1 E_P
 med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater, (0, 0) och (2, -4) +1 E_P
 Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
 (maximipunkt (0, 0) och minimipunkt (2, -4)) +1 E_P
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 13.** **Max 2/3/0**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $10x + 3 = 18$ +1 E_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 1,5$) +1 E_{PL}
- b) Korrekt bestämning av tangentens ekvation, $y = 20x - 36$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ((1,8; 0)) +1 C_{PL}
- Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f'(6)$, termer såsom koordinater, tangent och x - axel samt hänvisning till tangentens ekvation etc. +1 C_K
- Se avsnittet Bedömda elevlösningar.* 
- 14.** **Max 1/2/0**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\frac{x+2}{2}\right)$ +1 E_P
- b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om uttrycket till $\frac{x^2 + 8x + 16}{2(x-4)(x+4)}$ +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\frac{x+4}{2(x-4)}\right)$ +1 C_P

15.

Max 0/0/1

Godtagbar lösning, där insikt visas om att problemet löses genom direkt avläsning i graf, med korrekt svar (-1)

+1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



16.

Max 0/2/2

Korrekt tecknad ändringskvot, $\frac{\frac{A}{(x+h)} - \frac{A}{x}}{h}$

+1 C_B

med korrekt förenkling av ändringskvoten, t.ex. $\frac{-Ah}{hx(x+h)}$

+1 C_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x) = \frac{-A}{x^2}$

+1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f(x+h)$, korrekt användning av symbolen $\lim_{h \rightarrow 0}$, bråkstreck och hänvisning till derivatans definition

etc.

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Del D

17.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till derivatorna i ett och samma koordinatsystem

+1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 0,75$)

+1 E_{PL}

18.

Max 1/1/0

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ($K'(30) \approx 1700$)

+1 E_B

b) Godtagbar tolkning (t.ex. "Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då $t = 20$ år") +1 C_B

Källa: Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), <http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/>

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



19.

Max 2/1/0

- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp cosinussatsen med korrekt insatta värden +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2900 m²) +1 E_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, \approx , beteckningar såsom $\cos v \approx 0,178$ och $v \approx 79,7^\circ$, hänvisning till cosinussatsen, areasatsen, Pythagoras sats etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



20.

Max 2/3/0

- a) Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. ansätter $x = 1$ och $y = 2$ +1 E_R
 med korrekt slutfört resonemang med korrekt svar (Nej) +1 E_R
- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $(x-1)^2 + (y-0,5)^2$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,5 a.e.) +1 C_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, \neq , π , rottecken, VL, HL, parenteser, hänvisning till cirkelns ekvation och termer såsom radie, omkrets, area etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



21.

Max 1/2/1

- a) Godtagbart svar som visar insikt om att villkoret $F'(x) = f(x)$ inte är uppfyllt, (t.ex. "Nej, för om man deriverar F får man inte f .") +1 E_R

b)

E	C	A
Troliggör för minst två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ eller visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$. 1 C _R	Troliggör för mer än två specialfall att påståendet stämmer om $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$. 2 C _R	Visar att påståendet stämmer för <i>alla</i> $a < 0$ och visar att påståendet inte stämmer om $a = 0$. 2 C _R och 1 A _R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Forts. uppgift 21

Kommentar (införd 2013-02-08): Bedömningsanvisningen ovan utgår från att eleven utreder fallen $a = 0$ och $a < 0$ separat och sedan drar separata slutsatser om dessa. Om någon sammanfattning av slutsatserna görs så är den av typen ”Det stämmer ibland” eller ”Det stämmer inte alltid.”

Om eleven istället visar att påståendet ”Grafen till $f(x) = x^3 + ax$ har tre olika nollställen om konstanten $a \leq 0$ ” är falskt genom att t.ex. peka på att fallet $a = 0$ strider mot påståendet, så ges två resonemangspoäng på C- och en resonemangspoäng på A-nivå.

22.**Max 1/2/1**

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (95°) +1 E_M
- b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (3,8 %) +1 C_M

c)	E	C	A
		Utvärderar Karolinas modell med ett enkelt omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur. <div style="text-align: right;">1 C_M</div>	Utvärderar Karolinas modell med ett nyanserat omdöme. Omdömet visar insikt om att Karolinas modell inte tar hänsyn till omgivningens temperatur <i>och</i> hur denna brist påverkar modellens egenskaper. <div style="text-align: right;">1 C_M och 1 A_M</div>

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**23.****Max 0/0/3**

- Korrekt tecknad funktion för produkten i två variabler, t.ex. $D = xy(y - x)$ +1 A_B
- där en variabel eliminerats korrekt, t.ex. $D = x(8 - x)(8 - 2x)$ +1 A_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning, inklusive godtagbar verifiering av maximum, med godtagbart svar (6,31 och 1,69) +1 A_{PL}

Kommentar: Observera att om eleven härlett funktionen $D = 2x^3 - 24x^2 + 64x$ erhålls maximum då $x \approx 1,7$ och om eleven härlett funktionen $D = -2x^3 + 24x^2 - 64x$ erhålls maximum då $x \approx 6,3$

Källa: Tichomirov, V.M. (1990). *Stories about Maxima and Minima*. Providence, R.I.: American Mathematical Society. Sid.37

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



24.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. förklarar att derivatan är en funktion av andra graden som har en extrempunkt då $x = 4$ +1 A_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt svar (På grund av symmetri hos andragsradsfunktionen måste $f'(6) = f'(2) = -1$) +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, beteckningar såsom $f(x)$, $f'(x)$, $f'(6) = -1$ och termer såsom symmetri, andragsradsfunktion, tredjegradsfunktion, graf, derivata och en tydlig figur med införda beteckningar etc. +1 A_K

Kommentar: Även en algebraisk ansats som utgår från de givna villkoren och en generell tredjegradsfunktion (t.ex. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$) och som leder till sambanden $24a + 2b = 0$ och $12a + 4b + c = -1$ ges den första poängen.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



25.

Max 0/1/3

E	C	A	
	Anger någon relevant egenskap hos minst en av modellerna (summan eller integralen) som förklaring till skillnaden, t.ex. antyder att skillnaden har att göra med att mormor bara sätter in pengar ibland <i>eller</i> att hon inte sätter in pengar hela tiden.	Kopplar skillnaden till att de två modellerna (summan och integralen) baseras på en diskret respektive en kontinuerlig funktion, men ger ingen godtagbar förklaring till varför summan är större än integralen <i>eller</i> diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar.	Diskuterar/visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar <i>och</i> förklarar varför summan blir större än integralen genom att t.ex. hänvisa till en figur som visar hela tidsperioden där det framgår att arean under kurvan (integralen) är mindre än den sammanlagda arean av de sex staplarna (summan).
	1 C _R	1 C _R och 1 A _R	1 C _R och 2 A _R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara integralbeteckningar, likhetstecken och termer såsom funktionsvärde, diskret och kontinuerlig funktion, area, summa och en tydlig figur över hela tidsperioden etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar**Uppgift 12****Elevlösning 1 (2 E_P)**

$$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$\frac{3x^2 - 6x}{3} = \frac{0}{3}$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x = +\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2} = 1 \pm 1$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(0) = 0 - 6 = -6, \text{ dvs } x=0 \text{ Maxpunkt}$$

$$f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6, \text{ dvs } x=2 \text{ Minpunkt}$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller ingen beräkning av y-koordinaterna. Däremot verifieras extrempunkternas karaktär. Sammantaget ges lösningen den första och den tredje procedurpoängen på E-nivå.

Uppgift 13b**Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 1 C_K)**

$$g(x) = x^2 + 8x$$

$$g(6) = 6^2 + 8 \cdot 6 = 36 + 48 = 84$$

$$g'(x) = 2x + 8$$

$$g'(6) = 2 \cdot 6 + 8 = 20$$

$$y = 20x - 36$$

$$y = kx + m$$

$$20x = 36$$

$$84 = 20 \cdot 6 + m$$

$$x = 36/20 = 9/5$$

$$m = -36$$

$$\text{SVAR: } \left(\frac{9}{5}, 0\right)$$

Kommentar: Elevlösningen är någorlunda strukturerad med korrekt hantering av symbolerna $g(x)$, $g'(x)$ och $g(6)$. Det framgår dock inte med tydlighet att $k = g'(6)$ och att ekvationen $y = 0$ löses för att beräkna skärningen med x -axeln. Elevlösningens kvalitet motsvarar därmed nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

$$F(5) - F(-2) = -2 - (-1) = -1 \quad \underline{\text{SVAR: } -1}$$

Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att problemet löses genom avläsning i graf, även om det inte framgår varför avläsning i grafen skett. Elevlösningen motsvarar en problemlösningsspoäng på A-nivå.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (1 C_B, 1 C_P, 1 A_B och 1 A_K)

derivatans definition

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{A}{x+h} - \frac{A}{x}}{h} = \frac{Ax - A(x+h)}{x(x+h)h}$$

$$= \frac{Ax - Ax - Ah}{hx(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-Ah}{hx^2 + h^2x}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-A}{x^2 + hx} = \frac{-A}{x^2} //$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps- och en procedurpoäng på C-nivå samt en begreppspoäng på A-nivå. Under förenklingen av ändringskvoten tappas "lim" bort på första och andra raden, men vid själva gränsvärdesbestämningen på sista raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen uppfyller därmed nått och jämnt kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

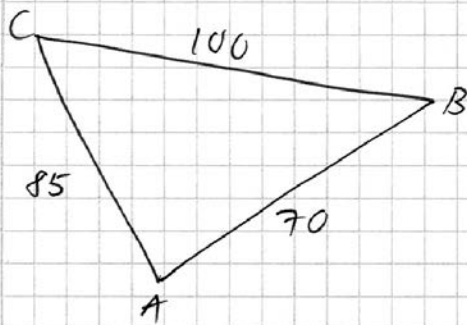
Uppgift 18b

Elevlösning 1 (1 C_B)

Kanadagässen ökade med en hastighet av 800 gäss/år efter 20 år.

Kommentar: Tolkningen att det är en hastighet i antal kanadagäss/år som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen "efter 20 år" är otydlig eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då $t > 20$. Lösningen motsvarar därmed nått och jämnt en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (2 E_M och 1 C_K)

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{100^2 + 85^2 - 70^2}{2 \cdot 100 \cdot 85}$$

$$\cos C = 0,725$$

$$\arccos = 43,5^\circ$$

$$T = \frac{ab \sin v}{2}$$

$$T = 100 \cdot 85 \cdot \sin 43,5^\circ / 2$$

$$T = 2900 \text{ m}^2$$

Kommentar: Elevlösningen innehåller hänvisningar till areasatsen och cosinussatsen med formler men innehåller det felaktiga skrivsättet ”arccos = 43,5°”. Elevlösningen motsvarar därmed nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (2 E_R, 2 C_{PL} och 1 C_K)

$$a) \quad x^2 - 2x + y^2 - y = 0,5 \quad (1,2)$$

$$1^2 - 2 \cdot 1 + 2^2 - 2 = 0,5$$

$1 \neq 0,5$ Nej, det gör den inte.

$$b) \quad \text{Cirkelns ekvation } (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-1)^2 + (y-0,5)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - y + 0,25 = r^2$$

$$x^2 - 2x + y^2 - y = r^2 - 1,25$$

$$r^2 - 1,25 = 0,5$$

$$r^2 = 1,75$$

$$A = \pi \cdot 1,75 \approx 5,5 \text{ a.e}$$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet, men saknar ett \neq -tecken på andra raden i a)-uppgiften. I b)-uppgiften saknas en tydlig explicit motivering av varför en identifikation av högerleden kan göras. Trots detta är lösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget motsvarar detta nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 ER, 2 CPL och 1 CK)

a) Sätter in x och y i ekvationen

$$VL = x^2 - 2x + y^2 - y = 1^2 - 2 \cdot 1 + 2^2 - 2 = 1$$

$$HL = 0.5$$

$VL \neq HL$ svar: Nej det stämmer inte

b) Jag väljer ett värde på x ($x=1$) och räknar ut y .

$$1^2 - 2 \cdot 1 + y^2 - y = 0.5$$

$$y^2 - y - 1.5 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \pm \sqrt{1.75} \quad \text{des punkter } (1, \frac{1}{2} + \sqrt{1.75})$$

ligger på cirkeln

Cirkelns radii är avståndet mellan denna punkt och medelpunkten:

$$r = \sqrt{(1-1)^2 + (\frac{1}{2} + \sqrt{1.75} - 0.5)^2} = \sqrt{1.75}$$

$$\text{Area} = \pi r^2 = \pi \cdot \sqrt{1.75}^2 = \underline{\underline{5.5 \text{ areaenheter}}}$$

Kommentar: I a)-uppgiften hålls VL och HL åtskilda och därmed uppstår inga problem med likhetstecken. I b)-uppgiften används en alternativ och lika väl fungerande lösningsmetod som i elevlösning 1. Sammantaget ger lösningen samtliga resonemangs- och problemlösningspoäng samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 CR)

$$f(x) = x^3 + ax \quad a \leq 0$$

$$\text{Testar } a = -5$$

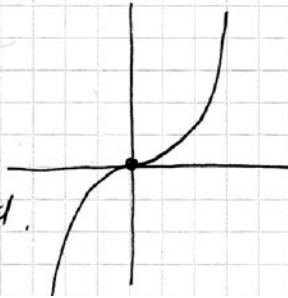
$f(x) = x^3 - 5x$ på grafönstret ser ut så här

Den har tre nollställen

$$\text{Testar } a = 0$$

$f(x) = x^3$ har ett nollställe

SVAR: Det stämmer inte alltid.



Kommentar: I elevlösningen undersöks antalet nollställen då $a = -5$ och då $a = 0$ med grafräknare. Om elevlösningen innehållit en undersökning av ytterligare ett specialfall, t.ex. $a = -10$, skulle lösningens kvalitet ha motsvarat två resonemangspoäng på C-nivå. Lösningen ges nu en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 CR och 1 AR)

$$f(x) = x^3 + ax$$

Nollställen då $f(x) = 0$

$$a \leq 0$$

$$\boxed{a = 0}$$

$$x^3 = 0$$

$$x = 0$$

Ett nollställe

$$\boxed{a < 0}$$

$$x^3 + ax = 0$$

$$x(x^2 + a) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad || \quad x^2 + a = 0$$

$$\uparrow \quad x^2 = -a$$

$$\text{ett} \quad x = \pm \sqrt{-a}$$

nollställe Blir 2 nollställen

om $a < 0$

Om $a = 0$ fås ett

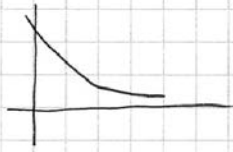
och om $a < 0$ fås tre nollställen. Det är sant om $a < 0$.

Kommentar: Elevlösningen uppvisar en korrekt, generell undersökning. Lösningen ges samtliga resonemangspoäng.

Uppgift 22c

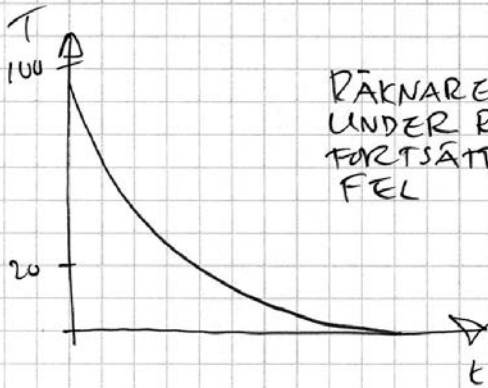
Elevlösning 1 (1 C_M)

$$c) T(t) = 95e^{-0,039t}$$



Det märks inte i modellen
att det är 20° i rummet

Kommentar: I elevlösningen framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen, men inte på vilket sätt detta påverkar modellens egenskaper. Elevlösningen ges därmed en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M och 1 A_M)

RÄKNAREN VISAR ATT GRAFEN GÅR
UNDER RUMSTEMPERATUREN OCH
FORTSÄTTER ATT MINSKA. DET ÄR
FEL

Elevlösning 3 (1 C_M och 1 A_M)

Modellen blir fel för grafen går under
20°-nivån och närmar sig noll. kaffet
kan ju aldrig bli kallare än rummet.

Elevlösning 4 (1 C_M och 1 A_M)

$$T(60) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 60} \approx 9,15$$

$$T(120) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 120} \approx 0,88$$

$$T(200) = 95 \cdot e^{-0,039 \cdot 200} = 0,04$$

Temperaturen borde närma sig
20°c vilket den inte gör

Kommentar: I elevlösning 2, 3 och 4 framgår att modellen inte tar hänsyn till rumstemperaturen och även på vilket sätt detta påverkar modellen ("grafen går under rumstemperaturen och fortsätter att minska", "grafen går under 20°-nivån och närmar sig noll" respektive "Temperaturen borde närma sig 20° vilket den inte gör"). Elevlösningarna ges två modelleringspoäng, en på C-nivå och en på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 AB och 2 APL)

$$x + y = 8 \quad y = 8 - x$$

$$\text{Talens differens } x - (8 - x)$$

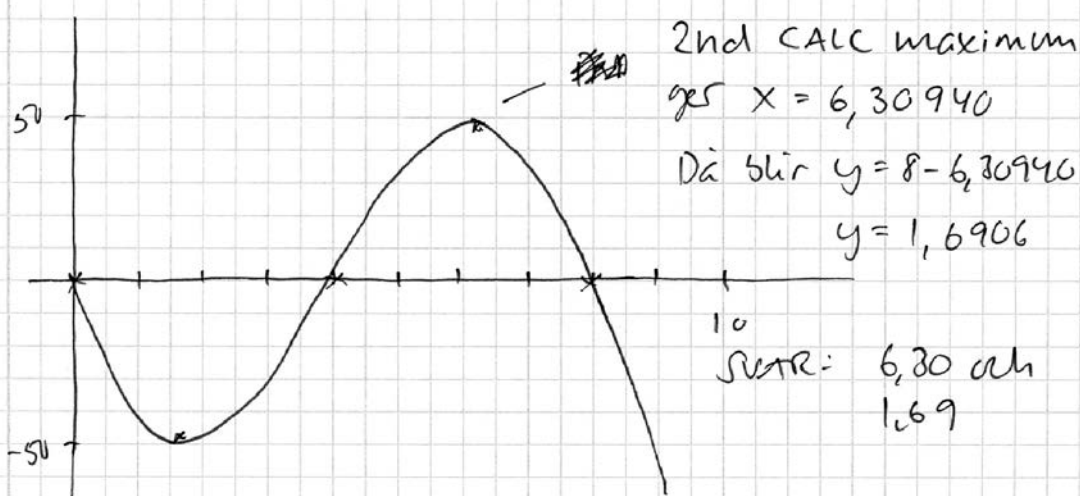
$$\text{Talens produkt } x(8 - x)$$

$$\text{Deras gemensamma produkt } (2x - 8)(8x - x^2)$$

$$y = -2x^3 + 16x^2 - 64x + 8x^2$$

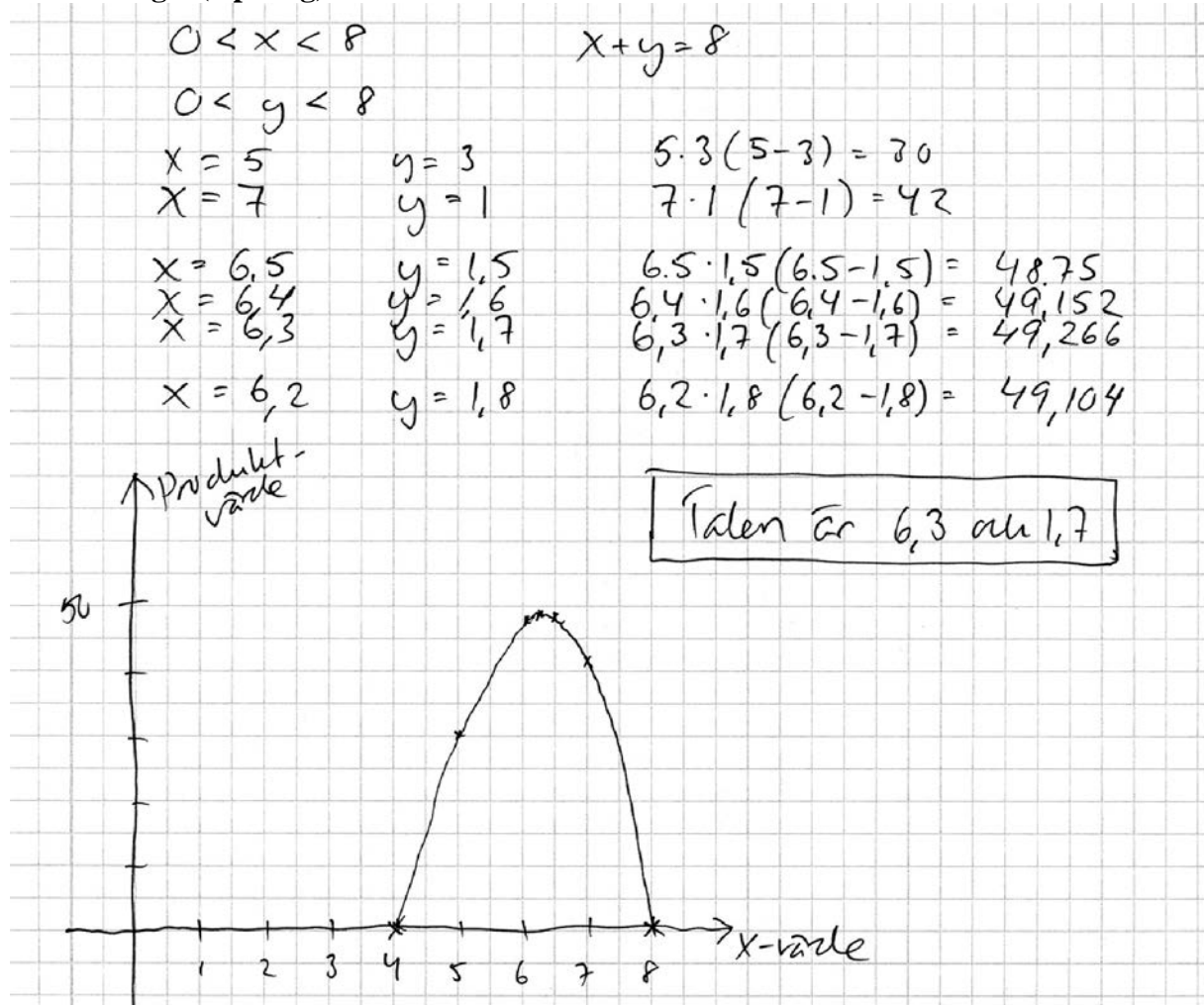
$$y = -2x^3 + 24x^2 - 64x$$

Ritar på grafräknaren



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt härledning av ett uttryck för produkten. Lösningen visar även hur grafräknaren används på ett godtagbart sätt för bestämning och verifiering av maximum. Sammantaget motsvarar lösningen en begreppsöing och två problemlösningsöing på A-nivå.

Elevlösning 2 (0 poäng)

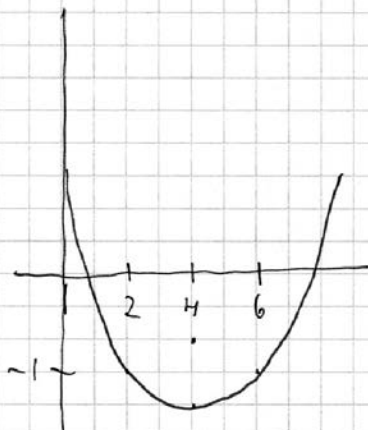


Kommentar: Elevlösningen visar hur ett korrekt resultat uppnås med hjälp av prövning. Prövningen styrker inte att maximum verkligen hittats och är ineffektiv i detta sammanhang. En uppgift av detta slag ska, på A-nivå, kunna lösas med mer effektiva metoder som bygger på användning av symbolisk algebra (i detta fall ett funktionsuttryck). Sammantaget ges lösningen inga problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_R)

$f'(x)$ måste vara en andragradsare och
 $f''(x)$ måste vara en rät linje



$$f'(6) = f'(2)$$

eftersom symmetrilinjen
går i $x=4$

$f'(6)$ är alltså lika med
-1

$$\text{Svar: } f'(6) = -1$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang som leder till ett korrekt svar. Att $f''(4) = 0$ betyder att derivatafunktionen har en extrempunkt då $x = 4$ förklaras inte och inte heller kopplingen mellan extrempunkten och symmetrilinjen. Att andraderivatan är en rät linje är inte relevant. På grund av dessa otydligheter uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)

f'' är 0 i punkten $x=4$. Detta är ett maximum eller minimum till andragradsfunktionen f' . Andragradsfunktioner är symmetriska med symmetrilinje där extrempunkten finns. Därför är $f'(2)$ lika med $f'(6)$, dvs -1.

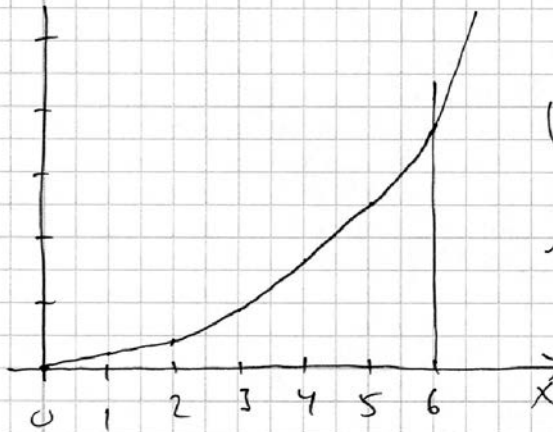
Kommentar: I elevlösningen förklaras både vad $f''(4) = 0$ betyder och att extrempunkten ligger på symmetrilinjen. Redovisningen skulle ha varit ännu enklare att följa och förstå om den innehållit en skiss med derivatafunktionen, symmetrilinjen och punkterna $(2, -1)$ och $(6, -1)$ markerade. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, men nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\int_0^6 100x^2 dx = \left[\frac{100x^3}{3} \right]_0^6 = \frac{100 \cdot 6^3}{3} - 0 = 7200$$

Mormor lägger $100 \cdot 0^2 + 100 \cdot 1^2 + 100 \cdot 2^2 + 100 \cdot 3^2 + 100 \cdot 4^2 + 100 \cdot 6^2 \neq 100 \cdot 5^2 = 9100$



Integrater ger ett för litet värde eftersom funktionen inte visar hur mycket Mario har i burken. Den visar bara

hans mormor lägger till. Och om funktioner inte visar det vi vill ha, så är det inte nödvändigt att integralen gör det heller.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekta beräkningar men ingen relevant egenskap som kan kopplas till skillnaden anges. Sammantaget ger denna lösning 0 poäng.

Elevlösning 2 (1 CR)

Eftersom man bara får in pengar en gång per år stämmer det inte.

Kommentar: Elevlösningen antyder att skillnaden kan ha att göra med att mormors summa är en diskret funktion, vilket nätt och jämnt motsvarar en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 CR och 1 AR)

Om man använder integralen för att bestämma hur mycket pengar som finns i burken efter 6 år får man fel värde eftersom $y = 100x^2$ är en kontinuerlig funktion dvs man förutsätter att mormor sätter in pengar hela tiden medan hon i själva verket bara sätter in pengar en gång om året.

Kommentar: I elevlösningen kopplas skillnaden till att det rör sig om en kontinuerlig och en diskret funktion. Dock ges ingen förklaring till varför summan är större än integralen. Sammantaget motsvarar detta två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 CR och 1 AR)

Integralen är debara som arean under grafen då man inte har någon area under x-axeln som i det här fallet. Då Mario är ett år skulle det ha funnits $\int_0^1 100x^2 dx = \left[\frac{100x^3}{3} \right]_0^1 = 33 \text{ kr}$

Men på Marios födelsedag lägger hans mamma i 100 kr.

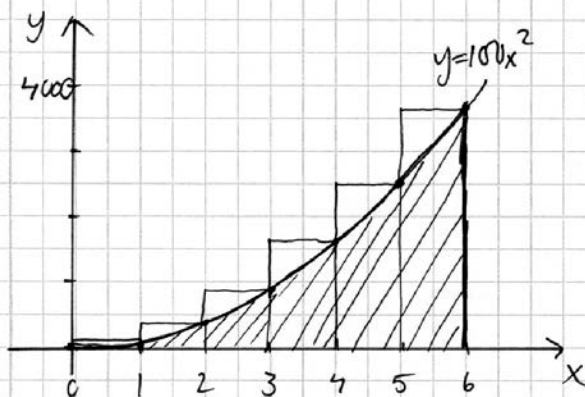





Ettligt diagrammet syns det att integralen bara blir 33 kr efter ett år, men att där finns 100 kr i burken.

Eftersom arean övertar upp till 100-strecket visar faktiskt antal pengar i burken. På samma sätt måste man hela tiden lägga till en viss area som finns övertar grafen för att få fram hur mycket som finns i burken vilket gör att integralen får ett för litet värde.

Kommentar: Elevlösningen visar medvetenhet om att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Resonemanget om integral- och stapelarea rör bara det första året och det är därför oklart varför integralen verkligen är mindre än summan över hela tidsperioden. Sammantaget ger lösningen två resonemangspoäng, en på C- och en på A-nivå.

Elevlösning 5 (1 CR och 2 AR)



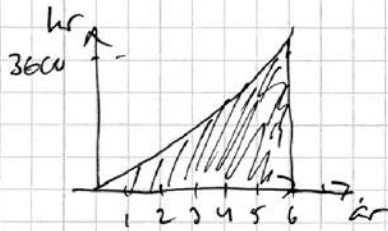
 Det integralen beräknar
 +  Det Mario egentligen får.

Alltså blir integralen mindre

Kommentar: Lösningen innehåller en tydlig figur med 6 staplar som visar att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av ett antal staplar. Det framgår av lösningen att integralen har mindre värde än stapelsumman. Lösningen saknar dock förklaringar och är därmed, trots den tydliga figuren, kommunikationsmässigt knapphändig. Kommunikationspoäng på A-nivå erhålls därmed inte.

Elevlösning 6 (1 CR, 2 AR och 1 AK)

$\int_0^6 100x^2 dx$ är arean under grafen för funktionen $100x^2$

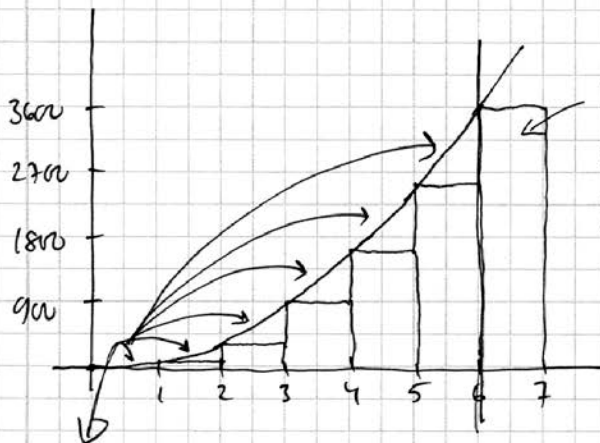


$$\int_0^6 100x^2 dx = \left[\frac{100}{3} x^3 \right]_0^6 = \frac{100}{3} \cdot 6^3 - \frac{100}{3} \cdot 0^3 = 7200 \text{ kr}$$

Det mormor egentligen sagt in är

$$100 \cdot 0^2 + 100 \cdot 1^2 + 100 \cdot 2^2 + 100 \cdot 3^2 + 100 \cdot 4^2 + 100 \cdot 5^2 + 100 \cdot 6^2 = 9100 \text{ kr}$$

Detta kan illustreras



Dessa pungar får han på sin 6 års dag och därför har han dem också

Och det är därför

$$\int_0^6 100x^2 dx \text{ inte stämmer}$$

○ för den räknar bara fram till 6 år

Man ser att sista stapeln har större area än de små "trianglarna" under kurvan

Kommentar: Elevlösningen är lätt att följa och förstå och visar med en tillräckligt tydlig figur att integralen motsvarar arean under kurvan och att summan motsvarar arean av sex staplar. Det framgår av figuren och förklaringarna att integralen har mindre värde än stapelsumman. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.