Del B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 11-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *”Endast svar krävs”* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

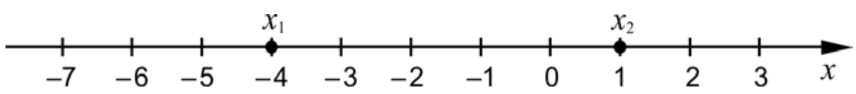
Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. På tallinjen är två tal x_1 och x_2 markerade.



Bestäm $|x_1 - x_2|$ ______________________ (1/0/0)

2. För vilket värde på x är uttrycket $\dfrac{3x-21}{6-x}$ *inte* definierat?

______________________ (1/0/0)

3. Vilket av alternativen A-E visar ett polynom?

A. $\dfrac{4}{x^3} + 4x^3$

B. $x^2 + x^{2,5}$

C. $\left(2 + \dfrac{1}{x}\right)^3$

D. $4x^3 + 2x^2$

E. $\dfrac{5x}{12x - x^2}$ ______________________ (1/0/0)

4. För vilka vinklar v i intervallet $0° \leq v < 360°$ gäller att $\sin v = \dfrac{1}{2}$?

______________________ (1/0/0)

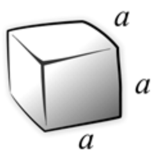
5. Derivera

a) $f(x) = 3x^4 + 6x + 10$ ______________________ (1/0/0)

b) $f(x) = e^x + ex$ ______________________ (0/1/0)

c) $f(x) = \dfrac{2}{3x} + \dfrac{3x}{2}$ ______________________ (0/1/0)

6. Nedan ges några olika situationer som kan beskrivas med en funktion. Vilket av alternativen A-D beskrivs bäst med en diskret funktion?


A. Bensinförbrukningen hos en bil beror av hur långt bilen körs.

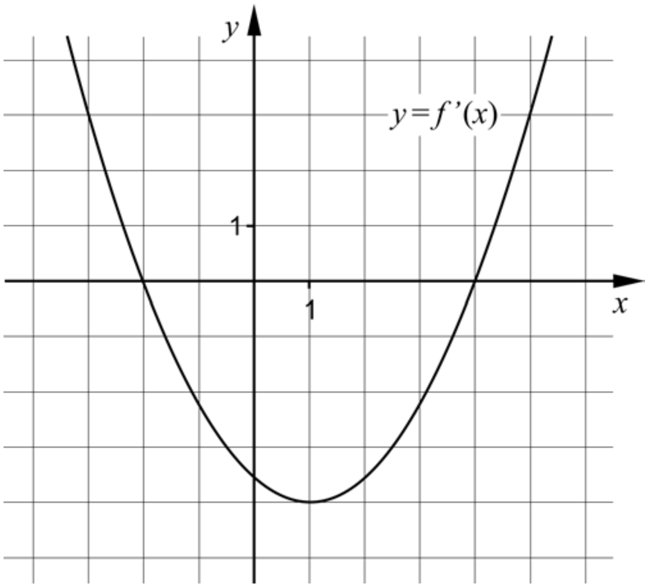
B. Volymen av en kub beror av sidans längd.

C. Intäkten beror av hur många stolar som tillverkas i företaget.

D. Kostnaden för bananer beror av vikten på bananerna.

_______________________ (0/1/0)

7. Figuren nedan visar grafen till derivatan f' för en tredjegradsfunktion f.



a) För vilket värde på x har grafen till f en minimipunkt?

_______________________ (0/1/0)

b) För vilka värden på x är f avtagande? _______________________ (0/2/0)

8. Ange *alla* funktioner som har egenskapen att $f(x) = f'(x)$ där $f(x) \neq 0$

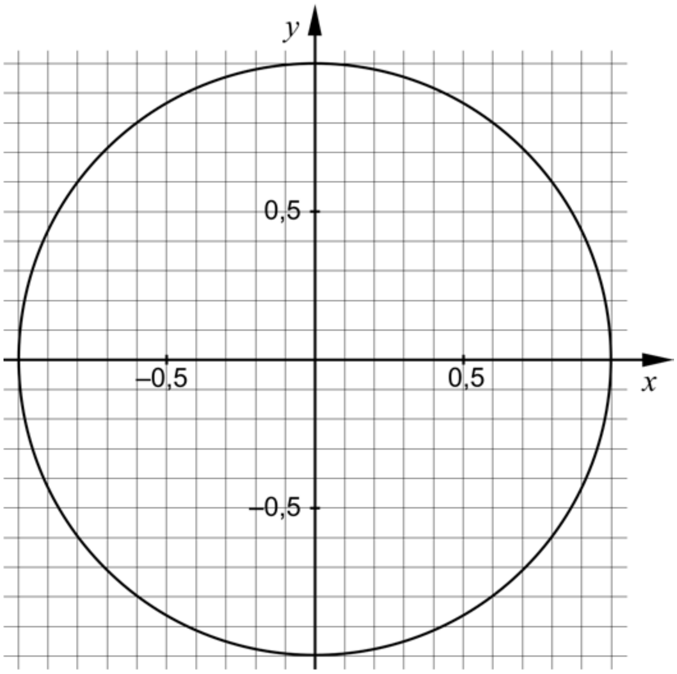
_______________________ (0/1/1)

9. Bestäm

a) $\lim\limits_{x \to 0} (e^x + 7)$ ________________________ (1/0/0)

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt{\dfrac{16x}{4x+9}}$ ________________________ (0/0/1)

10. Använd enhetscirkeln nedan och bestäm $\cos(180° - v)$ om $\sin v = 0{,}8$



________________________ (0/0/2)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Beräkna $\int_1^2 6x^2 \, dx$ algebraiskt. (2/0/0)

12. För funktionen f gäller att $f(x) = x^3 - 3x^2$
Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0/0)

13. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = 5x^2 + 3x$ och $g(x) = x^2 + 8x$

a) Bestäm det värde på x där grafen till f har lutningen 18 (2/0/0)

b) Grafen till g har en tangent i den punkt där $x = 6$
Bestäm koordinaterna för tangentens skärningspunkt med x-axeln. (0/3/0)

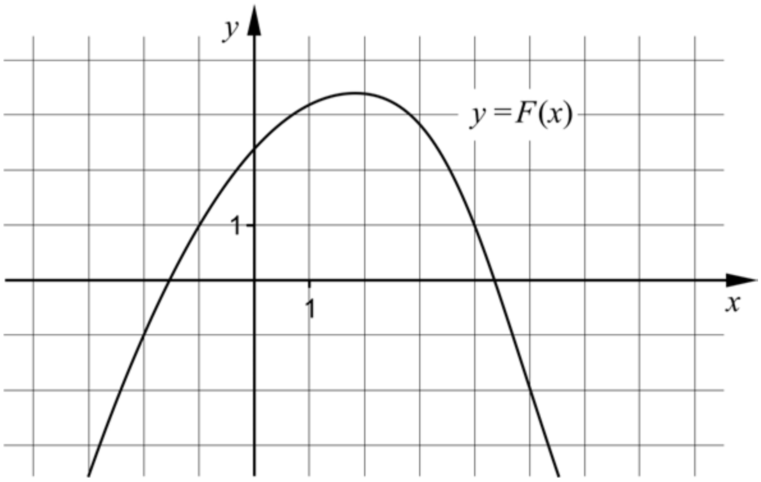
14. Förenkla så långt som möjligt.

a) $\dfrac{(x-3)(x+2)}{2x-6}$ (1/0/0)

b) $\dfrac{x^2+8x+16}{2x^2-32}$ (0/2/0)

15. F är en primitiv funktion till funktionen f.

I figuren visas grafen till funktionen F. Bestäm $\int_{-2}^{5} f(x)\,dx$ (0/0/1)



16. Bestäm derivatan till $f(x) = \dfrac{A}{x}$ med hjälp av derivatans definition. (0/2/2)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 72 poäng varav 26 E-, 25 C- och 21 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 57 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *"Endast svar krävs"* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____________________

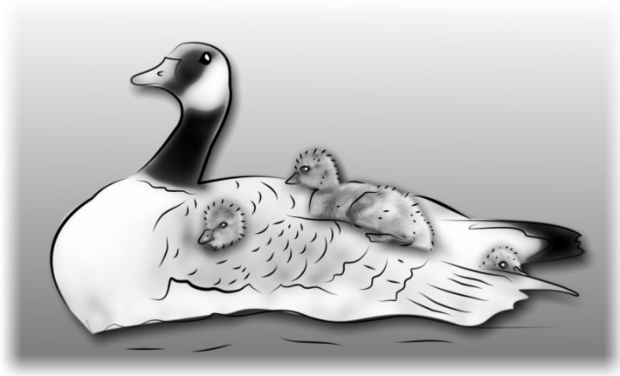
Födelsedatum: ____________________

Gymnasieprogram/Komvux: ____________________

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

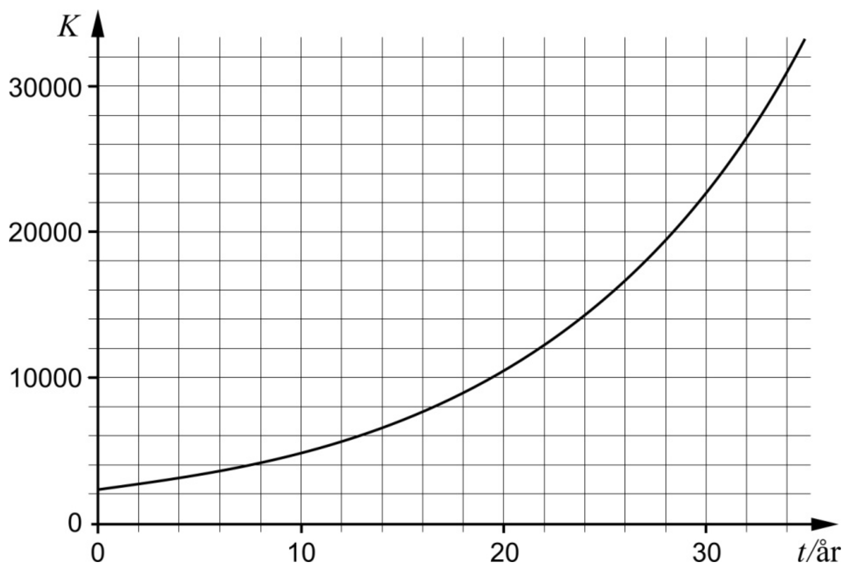
17. Bestäm det värde på x där derivatan till $f(x) = x^2 + 5x$ är lika med derivatan till $g(x) = -5x^2 + 14x$ (2/0/0)

18.



Kanadagåsen infördes till Sverige på 1930-talet. Därefter har populationen ökat. Vid samma tidpunkt varje år görs en inventering av antalet kanadagäss. Populationens tillväxt kan beskrivas med en exponentiell modell.

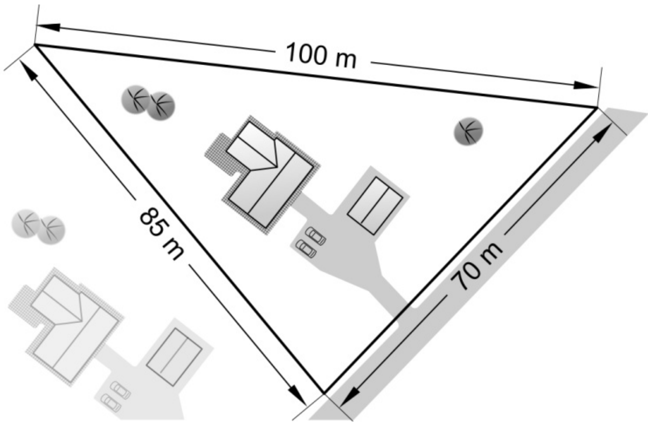
Diagrammet nedan visar antalet kanadagäss K som funktion av tiden t år, där $t = 0$ motsvarar år 1977.



a) Bestäm ett närmevärde till $K'(30)$ med hjälp av grafen. (1/0/0)

b) Ge en tolkning av vad $K'(20) = 800$ betyder för antalet kanadagäss i detta sammanhang. (0/1/0)

19. I figuren visas en tomt som har sidlängderna 100 m, 70 m och 85 m.
Beräkna tomtens area. (2/1/0)



20. En cirkel har ekvationen $x^2 - 2x + y^2 - y = 0,5$

a) Ligger punkten $(1,\ 2)$ på cirkeln? Motivera ditt svar. (2/0/0)

b) Cirkeln har sin medelpunkt i (1; 0,5). Bestäm cirkelns area. (0/3/0)

21. Är följande påståenden korrekta? Motivera dina svar.

a) $F(x) = 3e^x$ är en primitiv funktion till $f(x) = e^{3x}$ (1/0/0)

b) Grafen till $f(x) = x^3 + ax$ har tre olika nollställen om konstanten $a \leq 0$ (0/2/1)

22. Karolina häller upp en kopp kaffe i ett rum där temperaturen är 20°C. Hon mäter kaffets temperatur direkt och därefter varje minut under de första 5 minuterna. Karolina anpassar sedan en matematisk modell till sina mätvärden:

$T(t) = 95e^{-0,039t}$

där T är kaffets temperatur i °C och t är tiden i minuter efter att Karolina startade sin mätning av temperaturen.

a) Bestäm temperaturen hos kaffet då Karolina startade sin mätning. (1/0/0)

b) Bestäm med hur många procent temperaturen hos kaffet minskar per minut. (0/1/0)

c) Karolinas modell stämmer väl överens med verkligheten i början. Utvärdera hur väl hennes modell stämmer överens med verkligheten över tid. (0/1/1)

23.

Tartaglia (1500-1557)

Italienaren Tartaglia var en matematiker som levde på 1500-talet. Han anses ha formulerat följande matematiska problem, här återgivet i modern översättning:

Summan av två positiva tal är 8. Bestäm talen så att produkten av talens differens och talens produkt blir så stor som möjligt.

Din uppgift är att lösa Tartaglias matematiska problem. (0/0/3)

24. För tredjegradsfunktionen f gäller att

- $f'(2) = -1$
- $f''(4) = 0$

Bestäm $f'(6)$ (0/0/3)

25. När Mario föds bestämmer sig hans mormor för att spara pengar åt honom i en burk. Mormor tänker lägga ett belopp som motsvarar kvadraten av Marios ålder multiplicerat med 100, varje gång han fyller år. Marios farbröder Sergio och Riccardo funderar över hur mycket pengar mormor kommer att ha i burken på Marios 6-årsdag.

Sergio säger: *Man får reda på hur mycket pengar som finns i burken genom att beräkna integralen* $\int_0^6 100x^2\,\mathrm{d}x$

Riccardo funderar ett tag och svarar: *Nej, den ger ett för litet värde.*

Förklara varför integralen ovan ger ett för litet värde om man använder den för att räkna ut hur mycket pengar det finns i burken på Marios 6-årsdag. (0/1/3)